АСПАН МЕХАНИКАСЫ

1 лекция

ӘДЕБИЕТ

Негізгі:

1. Алимгазинова Н.Ш. Аспан механикасы // Алматы: Қазақ Университеті, 2016. – 146 с.
2. Александров Ю. В. Небесная механика: Учебник.– Х.: ХНУ А 46 имени В. Н. Каразина, 2006.– 256 с.
3. Лукьянов Л.Г., Ширмин Г.И. Лекции по небесной механике: Учеб. Пособ. Для вузов. – Алматы, Издат. …, 2009. 227 с.
4. Алексеев В.М. Лекции по небесной механике. – Ижевск: Ижевская республиканская типография, 1999, 160 с.
5. Холшевников К.В., Титов В.Б. Задача двух тел (учебное пособие). СПб: Изд. СПбГУ, 2007.
6. Холшевников К.В., Питьев Н.П., Титов В.Б. Притяжение небесных тел (учебное пособие). СПб: Изд. СПбГУ, 2005.
7. Холшевников К.В., Никифоров И.И. Свойства гравитационного потенциала в примерах и задачах (учебное пособие). СПб: Изд. СПбГУ, 2008.
8. Ишмухаметова М.Г., Кондратьева Е.Д. Учебно-методическое пособие предназначенное для практических занятий по дисциплине «Небесная механика». Казань, 2009, 37 с.

Қосымша:

1. Антонов В.А., Никифоров И.И., Холшевников К.В. Элементы теории гравитационного потенциала и некоторые случаи его явного выражения. СПб: Изд. СПбГУ, 2008.
2. Бахвалов Н., Жидков Н., Кобельков Г. Численные методы. М., Спб., Физматлит, 2000.
3. Игнатюк Т.А., Прошкин В.А., Павловский В.Е. Компьютерный практикум по небесной механике. Концепция и структура. Препринт №73. М., Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша, 2002.
4. Ишмухметова М.Г., Кондратьева Е.Д. Методы астродинамики. Часть 1. Методическое пособие. КГУ. 2001.
5. Ишмухметова М.Г. Методы астродинамики. Часть 2. Методическое пособие. КГУ. 2003.

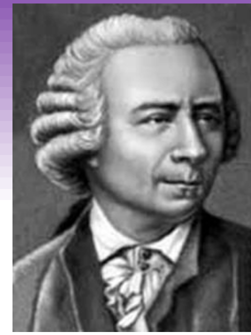
Балл бөлінуі

Лекция* – *50 *балл*

Семинар - 50 *балл*

а) Сэр Исаак Ньютон
(1643-1727)

ә) Клеро Алекси Клод
(1713-1765)



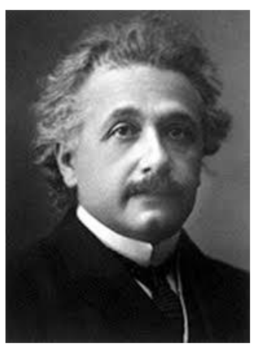
б) Леонард Эйлер
(1707-1783)

в) Жозеф Луи Лагранж
(1736-1813)

г) Лаплас Пьер
(1749 - 1827)

ғ) Урбен Жан Жозеф
Леверье (1811-1877)

д) Карл Фридрих Гаусс
(1777-1855)

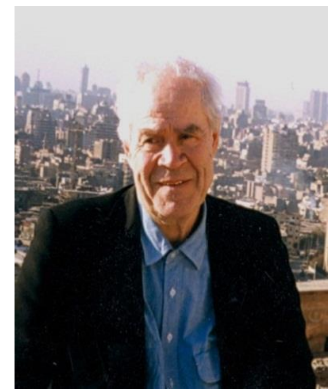


е) Альберт Эйнштейн
(1879-1955)

ж) Шази Жан Франсуа
(1882-1955)

1 сурет – Аспан механикасының негізін қалаушы-ғалымдар

а) Тукен Бегалыұлы
Омаров
(1935-2013)



ә) Григорий
Моисеевич Идлис
(1928-2010)

2 сурет – Қазақстандағы аспан механикасынын
негізін қалаушы-ғалымдар

Ньютон механикасы, кеңістік, уақыт және тартылыс теориясы

Негізгі ұғымдар

Табиғи күштер әсерінен аспан денелерінің қозғалысын зерттейтін астрономияның бөлімін *аспан механикасы* деп айтамыз.

1799 ж. Пьер Лаплас

Зерттеу объектісі ретінде ғарыштық шаңның кішкентай бөлшектерден құрылған материалдық құрылымдардан бастап гиганттік жұлдыздардың шоғырлануы, галактикалар және галактикалардың жиынтығына дейін қарастырылады.

Аспан механикасының мақсаты - аспан денелерінің механикалық қозғалыстырын басқаратын табиғаттың заңдарын түсіндіру.

Физикалық және механикалық модельдер

Зерттеу әдістері:

1. Аналитикалық әдістер
2. Сандық әдістер
3. Сапалық әдістер

Аспан денелерінің белгіленген уақыт мезетіндегі жылдамдығы мен кеңістікте орналасуын есептейтін аналитикалық теңдеулерінің жиынтығын ***аналитикалық әдістер*** арқылы құрастыруға болады.

Кемшіліктері:

- ✓ күрделі теңдеулер,
- ✓ Ұзақ және күрделі шығару жолдары,
- ✓ қолдануы шектеулі (ғарыштық объектілеріне байланысты),
- ✓ ұзақ уақыт интервалдарында зерттеліп жатқан қозғалыстардың қасиеттерін анықтау мүмкіндігі жоқ.

Алдын ала берілген дәлділігімен аспан денелерінің және олардың жүйелерінің қоғалыстарын есептеу үшін ***сандық әдістер*** арналған.

Кемшіліктері:

- ✓ Интегралдау интервалдарының өсуімен қателіктердің көбею,
- ✓ Қозғалыстын күйін сипаттауға мүмкіндігі жоқ, өйткені нәтижелері сан ретінде болады

Аналитикалық және сандық теңдеулердің толығымен шешуін анықтамай, аспан денелерінің қозғалыстарының қасиеттерін білу үшін ***сапалық әдістер*** қолданылады.

Аспан механикасында барлық әдістер кең қолданылады

Негізгі ұғымдар

Егер массасы мен жылдамдығы бар дененің өлшемі, пішіні және ішкі құрылымы қарастырылып жатқан есебінде ескерілмесе бұл дене - ***материалдық нүкте*** деп аталады.

Егер нақты аспан денесін көрсететін материалдық нүктенің орналасуы, кез келген таңдаулы аспан денесіне салыстырмалы ретінде анықтайтын денені – ***санақ денесі*** деп айтамыз.

Қарастырылған уақыт мезетінде зерттеу объектінің орналасуы мен жылдамдығын сипаттайтын санақ денесі, координат және сағат жүйесінің жиынтығын ***санақ жүйесі*** деп айтамыз.

Материалдық нүктенің қозғалу сызығын кеңістікте сипаттайтын немесе қарастырылған уақыт интервалында аспан дененің орналасу геометриялық орның ***аспан денесінің қозғалу траекториясы*** немесе ***орбита*** деп айтамыз.

Кинематикалық теңдеулерімен берілген зерттеу объектінің қозғалыс күйінің уақытқа белгілі тәуелділігі немесе траекторияның параметрлік теңдеулері ***қозғалыс заңдары*** деп айтамыз.

Қозғалыстардың түрлері

Егер аспан денелерінің пішіндері мен өлшемдері ескеретін болса ***ілгерілемелі-айналмалы қозғалыс*** туралы айтады.

Екі дене есебінде, егер санақ жүйесі бір дененің масса центріне орналасса ***салыстырмалы қозғалысты*** қарастырады.

Екі дене есебінде, егер есептеу жүйесі екі дененің масса центріне орналасса ***барицентрлік қозғалыс*** туралы айтамыз.

Үш одан да көп материалдық нүктелерінің қозғалыстарын қарастыратын ***жазықтық қозғалыс***.

Шектеулі үш денелерінің есебінде екі ғана дененің қозғалысын ***шеңберлік қозғалыс*** ретінде қарастырады.

Бақылау, бақылау қателіктері

Қозғалыс параметрлері

Аспан денелерінің қозғалыс кезінде көрінетін тұрақты сипаттамалары: дененің массасы, өлшемі, пішіні, орбитаның параметрлері және т.б. ***қозғалыс параметрлері*** деп аталады.

Уақыт

Жалпыәлемдік уақыт – UT – Жердің айналу бұрышымен өлшенетін уақыт.

Эфемеридалық уақыт - ET – Айдың қозғалысын бақылауменен өлшенетін уақыт.

Атомдық сағат – IAT - ***халықаралық атомдық уақыт*** - бірнеше дәлдігі жоғары атомдық сағат бойынша уақыттың орташа мәні.

Координаттар жүйесі

Денелердің кеңістікте орналасуын және аспан шырақтарына бағытталуын көрсететін ыңғайлы бейнелеу әдісі – ***координаттар жүйесі***.

Координата басын және координат осьтерін:

- Объектінің бөліктерімен;
- Объектінің динамикалық қасиеттерімен;
- Қозғалыс қасиеттерімен;
- Белгілі уақыт мезетіндегі дененің кеңістікте орналасуымен;
- Басқа арнайы әдістерімен

байланыстырады.

Практикалық аспан механикасындағы координаттар жүйесі

1. Тікбұрышты немесе декарт координатары

X - абсцисс

Y – ординат

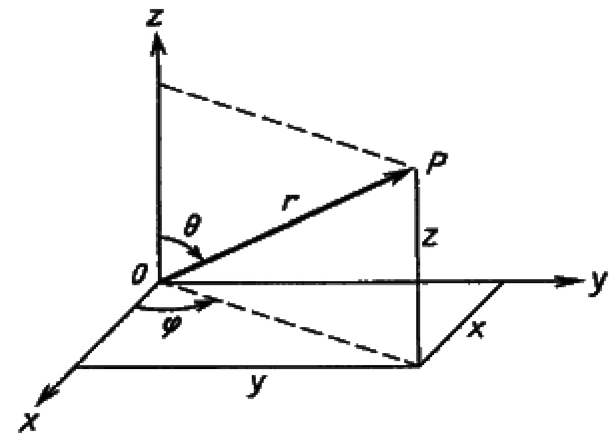
Z – аппликат

2. Сфералық координаттары

r – центрлік арақашықтық

Θ – еңдік (азимуттық бұрыш)

Φ – бойлық (зениттік бұрыш)



3. Топоцентрлік координаттар жүйесі – егер координат жүйесінің басы бақылау нүктесінде орналасса. Осьтерінің бағыттарын жергілікті меридианымен тіктеуіш сызығымен алады.

Кез келген Жердің бетінде негізгі бағыт болады, ол сол жердегі ауырлық күшінің әрекет бағытыменен сәйкес келеді – бұл бағыт ***тіктеуіш сызық*** немесе ***вертикаль*** деп аталады.

4. Геоцентрлік кординаттар жүйесі – егер координат басы Жердің масса центріне орналасса.

Теориялық аспан механикасындағы координаттар жүйесі

1. Горизонталдық координат жүйесі

Негізгі жазықтық – астрономиялық көкжиектің жазықтығы, негізгі бағыт - тіктеуіш сызыққа (вертикаль) параллельді бағыт.

A – азимут

h - биіктік

2. Экваториалдық координат жүйесі

1-ші экваториалдық координат жүйесі

2-ші экваториалдық координат жүйесі

3. Эклиптикалық координат жүйесі

4. Галактикалық координат жүйесі

Тартылыс теориясының негіздері

Ньютонның тартылыс заңы

1666 ж. -
"Натурал философияның математикалық негіздері"

Ньютон занның тұжырымдасы: ***кез келген екі материалдық бөлшек бір-біріне өздерінің массаларының (m_1, m_2) көбейтіндісіне тура пропорционал, ал арақашықтығының квадратына (r^2) кері пропорционал күшпен (F) тартылады*:**

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}, \qquad (1)$$

мұндағы G — гравитациялық тұрақты. Гравитациялық тұрақтының (G) сан мәнін 1798 ж. ағылшын ғалымы Г. Кавендиш анықтаған:

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11}\,\frac{Н \cdot м^2}{кг^2}.$$

m массасы бар *M* және *μ* массасы бар *P* материалдық нүктелерді эвклид кеңістігінде қарастырайық. Осы материалдық нүктелер бір бірінен r арақашықтығында орналасқан. Егер *M*-ді тартылу центрі, ал *P*-ні - тартылатын нүкте ретінде қарастырсақ және оның массасы μ=1 болса. Сонда бірлік массасы бар *P* материалдық нүктені *M* материалдық нүкте осындай тартылыс күшіпен әсеретеді:

$$F = G\frac{m}{r^2}. \qquad (2)$$

(1.1) мен (1.2) формулалар координат жүйесіне тәуелсіз.

O - координат басы кезкелген кеңістіктің нүктесінде орналасқан және осьтері тұрақты бағытталған тікбұрышты декарт координат жүйесін қарастырайық. *P* - тартылатын нүктенің координаттарын x', y', z', ал *M* – тартылу нүктесінің координаттарын *x, y, z* ретінде белгілейміз. Сонда

$$r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2} \qquad (3)$$

$$X = Gm\frac{x - x'}{r^3}, \quad Y = Gm\frac{y - y'}{r^3}, \quad Z = Gm\frac{z - z'}{r^3}. \qquad F = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}. \qquad (4)$$

Күштік функция

$U(x,y,z)=U(P)=G\frac{m}{r}$ функцияны енгіземіз, оны дербес түрінде ***x*** координатасы бойынша дифференциалдайық

$$\frac{\partial U}{\partial x}=-G\frac{m}{r^2}\frac{\partial r}{\partial x},\qquad \frac{\partial r}{\partial x}=-\frac{x'-x}{r}. \tag{5}$$

Сонда

$$X=\frac{\partial U}{\partial x},\ \ Y=\frac{\partial U}{\partial y},\ \ Z=\frac{\partial U}{\partial z}. \tag{6}$$

L кейбір бағытындағы күштің проекциясы

$$F_L=F\cos(F,L)=X\cos(L,x)+Y\cos(L,y)+Z\cos(L,z),$$

$$F_L=\frac{\partial U}{\partial x}\cos(L,x)+\frac{\partial U}{\partial y}\cos(L,y)+\frac{\partial U}{\partial z}\cos(L,z)=\frac{\partial U}{\partial r}, \tag{7}$$

ал дербес жағдайда – радиус вектор бағытындағы ***P*** нүктесіне әсерететін тартылыс күштің проекциясы

$$F_r=\frac{1}{r}\left(x\frac{\partial U}{\partial x}+y\frac{\partial U}{\partial y}+z\frac{\partial U}{\partial z}\right) \tag{8}$$

U - ***m*** массаның күштік функциясы немесе ***m*** нүктелік массаның потенциалы.

Күштік функцияның қасиеттері:

1. Бүкіл кеңістік бойынша ***U(P)*** күштік функция шекті, бірмәнде және үздіксіз, тек ***M*** нүктесінде ол шексізге ұмтылады.

2. Егер ***P*** нүктесі ***M*** нүктесінен шексіз қашытыққа орын ауыстыратын болса, ***U(P)*** күштік функцияның мәні оң болса да шексіз төмендейді

$$\lim_{r\to\infty}\left(r\cdot U\right)=Gm \tag{9}$$

3. ***U(P)*** күштік функцияның кез келген дәрежедегі барлық дербес туындылар ***P*** нүктесінің координатары бойынша бүкіл кеңістікте шекті, бірмәнді және үздіксіз болады.

4. Егер ***P→∞*** ***U(P)*** күштік функцияның кез келген дербес туындысының шегі 0 болады

$$\lim_{r\to\infty}\left(r^2\cdot\frac{\partial U}{\partial x}\right)=\lim_{r\to\infty}\left(r^2\cdot\frac{\partial U}{\partial y}\right)=\lim_{r\to\infty}\left(r^2\cdot\frac{\partial U}{\partial z}\right)=-Gm \tag{10}$$

5. ***M*** нүктесінен басқа бүкіл кеңістікте ***U(P)*** күштік функциясы осы теңдеуге сәйкес келеді

Лаплас теңдеуі

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}=0 \tag{11}$$

Лаплас операторы

$$\nabla=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2} \tag{12}$$

Сонда $\nabla U=0$

$$\nabla U = \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} = divF \qquad (13)$$

$\vec{F}$ **вектордың дивергенциясы** немесе **таралғыштығы**.

Кеңістіктегі нүктелердің геометриялық орыны ***деңгейдің беті немесе изопотенциалдық бет*** *деп аталады, егер осы орындарда күштік функциясы бір ғана С мәніне ие болса.*

Деңгейдің беті осы теңдеу арқылы анықталады

$$U(x, y, z) = C \qquad (14)$$

Осыға дейін біз тек екі (***M, P***) материалдық нүктелер бар және ***M*** – бекітілген нүкте, ал ***P*** -кеңістікте кез келеген орынға орналасуы мүмкін деп есептедік. Сол кезде ***U*** - күштік функция ***P*** нүктенің координаттар функциясы ретінде қарастырылды.

Бірақ кейбір жағдайларда екі материалдық нүкте тең әсерлі ретінде қарастыру қажет. m_1 массасы бар $\mathbf{M_1}$ және m_2 массасы бар $\mathbf{M_2}$ материалдық нүктелердің күштік функциясы

$$U = G\frac{m_1 m_2}{r}, \qquad (15)$$

$$r = \overline{M_1 M_2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}. \qquad (16)$$

Күштік функция екі материалдық нүктенің алты координаттар функциясы ретіне алынады

$$U = U(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2)$$

Тартылыс күштердің координаттар осьтеріне проекциялары

$$X_1 = \frac{\partial U}{\partial x_1} = Gm_1m_2\frac{x_2 - x_1}{r^3}, \quad Y_1 = \frac{\partial U}{\partial y_1} = Gm_1m_2\frac{y_2 - y_1}{r^3}, \quad Z_1 = \frac{\partial U}{\partial z_1} = Gm_1m_2\frac{z_2 - z_1}{r^3}, \tag{17}$$

$$X_2 = \frac{\partial U}{\partial x_2} = Gm_1m_2\frac{x_1 - x_2}{r^3}, \quad Y_2 = \frac{\partial U}{\partial y_2} = Gm_1m_2\frac{y_1 - y_2}{r^3}, \quad Z_2 = \frac{\partial U}{\partial z_2} = Gm_1m_2\frac{z_1 - z_2}{r^3}.$$

Осы кезде ***U*** – **екі массаның күштік функциясы** немесе ***m₁*** **және** ***m₂*** **екі нүктелік массаларының өзара тартылыстың күштік функциясы.**

Материалдық нүктелер жүйесінің күштік функциясы

Жүйенің ***n*** материалдық нүктелері {$\boldsymbol{M_1}$, $\boldsymbol{M_2}$, ... $\boldsymbol{M_n}$} тартылыс центрлері ретінде қарастырайық.

$\boldsymbol{M_i}$ нүктенің массасын - $\boldsymbol{m_i}$ және OXYZ жүйдегі координаттарын - $\boldsymbol{x_i'}$, $\boldsymbol{y_i'}$, $\boldsymbol{z_i'}$ және бірлік массасы ($\boldsymbol{\mu}$=1) бар, $\boldsymbol{M_i}$ нүктелерімен сәйкес келмейтін нүктені - ***P***(***x, y, z***) арқылы белгілейміз. Сонда

$$r_i = \sqrt{(x - x_i')^2 + (y - y_i')^2 + (z - z_i')^2}. \tag{18}$$

P нүктенің $\boldsymbol{M_i}$ материалдық нүктелер жүйесі әсерінен тартылуын қарастырайық. $\boldsymbol{M_i}$ нүктесі ***P*** нүктесіне әсерететін тартылыс күштің координаттық осьтеріне проекциялары

$$X_i = Gm_i\frac{x_i' - x}{r^3}, \qquad Y_i = Gm_i\frac{y_i' - y}{r^3}, \qquad Z_i = Gm_i\frac{z_i' - z}{r^3}. \tag{19}$$

Сонда ***P*** нүктесіне әсерететін барлық тартылыс күштердің теңәрекетті күштің проекциясы

$$X = \sum_{i=1}^{n} X_i = G\sum_{i=1}^{n} m_i \frac{x_i' - x}{r_i^3},$$

$$Y = \sum_{i=1}^{n} Y_i = G\sum_{i=1}^{n} m_i \frac{y_i' - y}{r_i^3}, \qquad (20)$$

$$Z = \sum_{i=1}^{n} Z_i = G\sum_{i=1}^{n} m_i \frac{z_i' - z}{r_i^3}.$$

L(α′, β′, γ′) кейбір берілген бағытындағы теңәрекетті күштің проекциясы

$$F_L = \sum_{i=1}^{n} F_{iL} = \sum_{i=1}^{n} \left(\alpha' X_i + \beta' Y_i + \gamma' Z_i\right) \qquad (21)$$

***n* нүктелік массасы бар жүйенің күштік функциясы**

$$U = \sum_{i=1}^{n} U_i, \quad U_i = G\frac{m_i}{r_i}. \qquad (22)$$